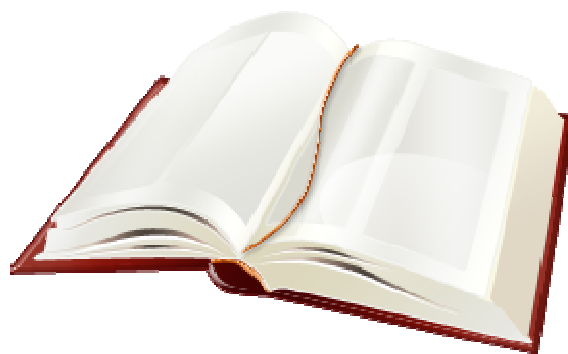


ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Γ Γυμνασίου

Ερωτήσεις Θεωρίας



Επιμέλεια
ΘΕΜΕΛΗΣ ΕΥΡΙΠΙΔΗΣ

Άλγεβρα

1^ο Κεφάλαιο – Αλγεβρικές Παραστάσεις

1.2 Μονώνυμα – Πράξεις με μονώνυμα

1. *Τι ονομάζεται αριθμητική παράσταση και τι αλγεβρική παράσταση;*
Μία μαθηματική έκφραση που περιέχει μόνο αριθμούς, ονομάζεται αριθμητική παράσταση. Μία μαθηματική παράσταση που περιέχει εκτός από αριθμούς και μεταβλητές (γράμματα) ονομάζεται αλγεβρική παράσταση.
2. *Τι ονομάζεται αριθμητική τιμή η απλά τιμή μιας αλγεβρικής παράστασης;*
Αν σε μια αλγεβρική παράσταση αντικαταστήσουμε τις μεταβλητές με αριθμούς και κάνουμε τις πράξεις, θα προκύψει ένας αριθμός που λέγεται αριθμητική τιμή της αλγεβρικής παράστασης.
3. *Τι ονομάζεται μονώνυμο και από τι αποτελείται;*
Οι ακέραιες αλγεβρικές παραστάσεις, στις οποίες μεταξύ των μεταβλητών σημειώνεται μόνο η πράξη του πολλαπλασιασμού λέγονται μονώνυμα. Σε ένα μονώνυμο ο αριθμητικός παράγοντας λέγεται συντελεστής του μονωνύμου, ενώ το γινόμενο όλων των μεταβλητών του με τους αντίστοιχους εκθέτες τους λέγεται κύριο μέρος του μονωνύμου.
4. *Τι ονομάζεται βαθμός ενός μονωνύμου; Τι είναι το σταθερό και τι το μηδενικό μονώνυμο;*
Ο εκθέτης μιας μεταβλητής λέγεται βαθμός του μονωνύμου ως προς τη μεταβλητή αυτή, ενώ βαθμός του μονωνύμου ως προς όλες τις μεταβλητές του λέγεται το άθροισμα των εκθετών των μεταβλητών του. Όλοι οι αριθμοί ονομάζονται σταθερά μονώνυμα, ενώ ειδικότερα ο αριθμός 0 ονομάζεται μηδενικό μονώνυμο.
5. *Πότε δύο ή περισσότερα μονώνυμα είναι όμοια;*
Δύο ή περισσότερα μονώνυμα λέγονται όμοια όταν έχουν το ίδιο κύριο μέρος.
6. *Πότε δύο μονώνυμα είναι ίσα και πότε είναι αντίθετα;*
Δύο όμοια μονώνυμα που έχουν τον ίδιο συντελεστή λέγονται ίσα, ενώ αν έχουν αντίθετους συντελεστές λέγονται αντίθετα.

1.3 Πολυώνυμα – Πρόσθεση και Αφαίρεση πολυωνύμων

7. *Τι είναι το πολυώνυμο;*
Αν δύο τουλάχιστον μονώνυμα δεν είναι όμοια, τότε το άθροισμά τους δεν είναι μονώνυμο, αλλά μια αλγεβρική παράσταση, που λέγεται πολυώνυμο. Κάθε μονώνυμο που περιέχεται σε ένα πολυώνυμο ονομάζεται όρος του πολυωνύμου.

8. Τι ονομάζεται βαθμός ενός πολυωνύμου; Τι είναι το σταθερό και τι το μηδενικό πολυώνυμο;

Βαθμός ενός πολυωνύμου ως προς μία ή περισσότερες μεταβλητές του είναι ο μεγαλύτερος από τους βαθμούς των όρων του. Όλοι οι αριθμοί ονομάζονται σταθερά πολυώνυμα, ενώ ειδικότερα ο αριθμός 0 ονομάζεται μηδενικό πολυώνυμο.

9. Πότε δύο πολυώνυμα είναι ίσα;

Δύο πολυώνυμα είναι ίσα όταν έχουν όρους ίσα μονώνυμα.

10. Τι είναι η αναγωγή ομοίων όρων;

Αν σε ένα πολυώνυμο υπάρχουν όμοια μονώνυμα, ή όπως λέμε όμοιοι όροι, τότε μπορούμε να τους αντικαταστήσουμε με το άθροισμά τους. Η διαδικασία αυτή ονομάζεται αναγωγή ομοίων όρων.

1.5 Αξιοσημείωτες ταυτότητες

11. Τι ονομάζουμε ταυτότητα;

Ταυτότητα λέγεται κάθε ισότητα που περιέχει μεταβλητές και αληθεύει για όλες τις τιμές των μεταβλητών της.

12. Να αναφέρετε τις ταυτότητες.

$$(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$$

$$\alpha^2 - \beta^2 = (\alpha + \beta)(\alpha - \beta)$$

$$(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$$

$$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2)$$

$$(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$$

$$\alpha^3 - \beta^3 = (\alpha - \beta)(\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2)$$

$$(\alpha - \beta)^3 = \alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3$$

13. Να γνωρίζετε να αποδεικνύετε τις ταυτότητες.

$$\begin{aligned} (\alpha + \beta)^2 &= (\alpha + \beta)(\alpha + \beta) = \\ &= \alpha^2 + \alpha\beta + \beta\alpha + \beta^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\alpha + \beta)(\alpha - \beta) &= \alpha^2 - \cancel{\alpha\beta} + \cancel{\alpha\beta} - \beta^2 = \\ &= \alpha^2 - \beta^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\alpha - \beta)^2 &= (\alpha - \beta)(\alpha - \beta) = \\ &= \alpha^2 - \alpha\beta - \beta\alpha + \beta^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\alpha + \beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2) &= \\ &= \alpha^3 - \cancel{\alpha^2\beta} + \cancel{\alpha\beta^2} + \cancel{\alpha^2\beta} - \cancel{\alpha\beta^2} + \beta^3 = \\ &= \alpha^3 + \beta^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\alpha + \beta)^3 &= (\alpha + \beta)(\alpha + \beta)^2 = \\ &= (\alpha + \beta)(\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2) = \\ &= \alpha^3 + 2\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 + \alpha^2\beta + 2\alpha\beta^2 + \beta^3 = \\ &= \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\alpha - \beta)(\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2) &= \\ &= \alpha^3 + \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 - \alpha^2\beta - \alpha\beta^2 - \beta^3 = \\ &= \alpha^3 - \beta^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\alpha - \beta)^3 &= (\alpha - \beta)(\alpha - \beta)^2 \\ &= (\alpha - \beta)(\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2) = \\ &= \alpha^3 - 2\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 - \alpha^2\beta + 2\alpha\beta^2 - \beta^3 = \\ &= \alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3 \end{aligned}$$

1.6 Παραγοντοποίηση αλγεβρικών παραστάσεων

14. Τι είναι η παραγοντοποίηση;

Η διαδικασία με την οποία μια παράσταση που είναι άθροισμα μετατρέπεται σε γινόμενο παραγόντων λέγεται παραγοντοποίηση.

15. Ποιες μεθόδους παραγοντοποίησης γνωρίζετε;

- Κοινός παράγοντας
- Ομαδοποίηση (Κοινός παράγοντας κατά ομάδες)
- Ταυτότητες
- Παραγοντοποίηση τριωνύμου της μορφής $x^2 + (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$

1.7 Διαίρεση πολυωνύμων

16. Να γράψετε την ταυτότητα της Ευκλείδειας Διαίρεσης για τα πολυώνυμα.

$$\Delta(x) = \delta(x)\pi(x) + \nu(x)$$

$$\Delta(x) = \text{διααιρετέος}$$

$$\delta(x) = \text{διαιρέτης}$$

$$\pi(x) = \text{πηλίκιο}$$

$$\nu(x) = \text{υπόλοιπο}$$

1.8 Ε.Κ.Π και Μ.Κ.Δ. ακεραίων αλγεβρικών παραστάσεων

17. Τι ονομάζεται Ε.Κ.Π. και τι Μ.Κ.Δ. αλγεβρικών παραστάσεων;

Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (Ε.Κ.Π.) δύο ή περισσότερων αλγεβρικών παραστάσεων που έχουν αναλυθεί σε γινόμενο πρώτων παραγόντων ονομάζεται το γινόμενο των κοινών και μη κοινών παραγόντων τους με εκθέτη καθενός το μεγαλύτερο από τους εκθέτες του.

Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης (Μ.Κ.Δ.) δύο ή περισσότερων αλγεβρικών παραστάσεων που έχουν αναλυθεί σε γινόμενο πρώτων παραγόντων ονομάζεται το γινόμενο των κοινών παραγόντων τους με εκθέτη καθενός το μικρότερο από τους εκθέτες του.

1.9 Ρητές αλγεβρικές παραστάσεις

18. Τι ονομάζεται ρητή αλγεβρική παράσταση;

Μια αλγεβρική παράσταση που είναι κλάσμα και οι όροι του είναι πολυώνυμα, λέγεται ρητή αλγεβρική παράσταση ή απλώς ρητή παράσταση.

Η παράγραφος **1.1** θεωρείται επαναληπτική και δεν δίνουμε ερωτήσεις θεωρίας για αυτήν. Οι παράγραφοι **1.4** και **1.10** δεν περιέχουν θεωρία παρά μόνο κανόνες για να μπορέσουμε να λύσουμε ασκήσεις πολυωνύμων και ρητών παραστάσεων αντίστοιχα.

2^ο Κεφάλαιο – Εξισώσεις - Ανισώσεις

2.1 Η εξίσωση $ax + \beta = 0$

19. Πότε μια εξίσωση είναι 1^ο βαθμού; Τι ονομάζουμε ρίζα μιας εξίσωσης 1^ο βαθμού; Μια εξίσωση ονομάζεται εξίσωση 1^ο βαθμού όταν ο μεγαλύτερος εκθέτης του αγνώστου είναι ο αριθμός 1. Ρίζα μια εξίσωσης 1^ο βαθμού ονομάζεται ο αριθμός που αν αντικαταστήσει τον άγνωστο, επαληθεύει την εξίσωση.

20. Να γίνει διερεύνηση της εξίσωσης $ax + \beta = 0$.

Αν $\alpha \neq 0$ τότε η εξίσωση $ax + \beta = 0$ έχει μοναδική λύση την $x = -\frac{\beta}{\alpha}$.

Αν $\alpha = 0$ τότε η εξίσωση $ax + \beta = 0$ γράφεται $0x = -\beta$ και

- αν $\beta \neq 0$ δεν έχει λύση (είναι αδύνατη)
- αν $\beta = 0$ έχει άπειρες λύσεις (είναι ταυτότητα ή αόριστη)

2.2 Εξισώσεις δευτέρου βαθμού

21. Πότε μια εξίσωση είναι 2^ο βαθμού;

Μια εξίσωση ονομάζεται εξίσωση 2^ο βαθμού όταν ο μεγαλύτερος εκθέτης του αγνώστου είναι ο αριθμός 2.

22. Να γίνει διερεύνηση της εξίσωσης $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$ με $\alpha \neq 0$.

Η εξίσωση $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$ με $\alpha \neq 0$

- Αν $\Delta > 0$ έχει δύο άνισες λύσεις τις $x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$.

- Αν $\Delta = 0$ έχει μία διπλή λύση την $x = -\frac{\beta}{2\alpha}$.

- Αν $\Delta < 0$ δεν έχει λύση (είναι αδύνατη)

Στις παραπάνω περιπτώσεις όπου Δ είναι η διακρίνουσα, όπου $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$

23. Πως παραγοντοποιούμε το τριώνυμο $ax^2 + \beta x + \gamma$ με $\alpha \neq 0$;

Αν ρ_1, ρ_2 είναι οι λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$ με $\alpha \neq 0$, τότε το τριώνυμο $ax^2 + \beta x + \gamma$ παραγοντοποιείται σύμφωνα με τον τύπο $ax^2 + \beta x + \gamma = \alpha(x - \rho_1)(x - \rho_2)$

2.4 Κλασματικές εξισώσεις

24. Τι ονομάζουμε κλασματική εξίσωση;

Μία εξίσωση που περιέχει ένα τουλάχιστον κλάσμα με άγνωστο στον παρανομαστή ονομάζεται κλασματική εξίσωση.

2.5 Ανισότητες – Ανισώσεις με έναν άγνωστο

25. Να αναφέρετε τις ιδιότητες των διατάξεων.

- Αν $\alpha > \beta$ τότε $\alpha + \gamma > \beta + \gamma$ και $\alpha - \gamma > \beta - \gamma$

- Αν $\alpha > \beta$ και $\gamma > 0$ τότε $\alpha\gamma > \beta\gamma$ και $\frac{\alpha}{\gamma} > \frac{\beta}{\gamma}$

- Αν $\alpha > \beta$ και $\gamma < 0$ τότε $\alpha\gamma < \beta\gamma$ και $\frac{\alpha}{\gamma} < \frac{\beta}{\gamma}$
- Αν $\alpha > \beta$ και $\gamma > \delta$ τότε $\alpha + \gamma > \beta + \delta$
- Αν $\alpha > \beta$ και $\beta > \gamma$ τότε $\alpha > \gamma$
- Αν $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ θετικοί πραγματικοί αριθμοί με $\alpha > \beta$ και $\gamma > \delta$ τότε $\alpha\gamma > \beta\delta$
- Ισχύει πάντα ότι $\alpha^2 \geq 0$

Η παράγραφος 2.3 και περιέχει θεωρία.

3^ο Κεφάλαιο – Συστήματα Γραμμικών Εξισώσεων

3.1 Η έννοια της γραμμικής εξίσωσης

26. Τι ονομάζουμε λύση μιας εξίσωσης $ax + by = \gamma$;

Λύση μιας εξίσωσης $ax + by = \gamma$ ονομάζεται κάθε ζεύγος αριθμών (x, y) που την επαληθεύει.

27. Ποια σχέση υπάρχει μεταξύ μιας ευθείας και ενός σημείου που ανήκει στην ευθεία;

Αν ένα σημείο ανήκει στην ευθεία, τότε οι συντεταγμένες του επαληθεύουν την εξίσωση της ευθείας. Αντίστροφα αν οι συντεταγμένες ενός σημείου επαληθεύουν την εξίσωση μιας ευθείας, τότε το σημείο ανήκει στην ευθεία αυτή.

28. Τι γνωρίζετε για την ευθεία της μορφής $y = k$;

Η εξίσωση $y = k$ με $k \neq 0$ παριστάνει μια ευθεία που είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$ και τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $(0, k)$, ενώ η εξίσωση $y = 0$ παριστάνει τον ίδιο τον άξονα $x'x$.

29. Τι γνωρίζετε για την ευθεία της μορφής $x = k$;

Η εξίσωση $x = k$ με $k \neq 0$ παριστάνει μια ευθεία που είναι παράλληλη στον άξονα $y'y$ και τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο $(k, 0)$, ενώ η εξίσωση $x = 0$ παριστάνει τον ίδιο τον άξονα $y'y$.

30. Τι ονομάζουμε γραμμική εξίσωση με αγνώστους x, y ;

Γραμμική εξίσωση με αγνώστους x, y ονομάζεται κάθε εξίσωση της μορφής $ax + by = \gamma$ και παριστάνει ευθεία όταν $a \neq 0$ ή $b \neq 0$.

3.2 Η έννοια του γραμμικού συστήματος και η γραφική επίλυσή του

31. Τι ονομάζουμε γραμμικό σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους x, y (2×2) και τι λύση αυτού;

Γραμμικό σύστημα 2×2 ονομάζουμε κάθε ζεύγος δύο εξισώσεων των οποίων αναζητούμε το κοινό ζεύγος (x, y) λύσεων. Λύση γραμμικού συστήματος 2×2 είναι το κοινό ζεύγος (x, y) που επαληθεύει και τις δύο εξισώσεις ταυτόχρονα.

32. Πότε ένα σύστημα 2×2 έχει μοναδική λύση, πότε είναι αόριστο και πότε αδύνατο;

Ένα σύστημα 2×2 έχει μοναδική λύση όταν υπάρχει μόνο ένα ζεύγος (x, y) που να επαληθεύει και τις δύο εξισώσεις. Γραφικά η μοναδική λύση σημαίνει πως οι δύο ευθείες μας έχουν ένα κοινό σημείο (σημείο τομής των ευθειών).

Ένα σύστημα 2×2 είναι αόριστο όταν έχει άπειρες λύσεις. Γραφικά οι άπειρες λύσεις σημαίνουν πως οι δύο ευθείες συμπίπτουν (ταυτίζονται).

Ένα σύστημα 2×2 είναι αδύνατο όταν δεν έχει καμία λύση. Γραφικά καμία λύση σημαίνει πως οι δύο ευθείες είναι παράλληλες (δεν τέμνονται ποτέ).

Η παράγραφος 3.3 και περιέχει θεωρία.

4^ο Κεφάλαιο – Συναρτήσεις

4.1 Η συνάρτηση $y = ax^2$ με $a \neq 0$

33. Τι γνωρίζετε για τη συνάρτηση $y = ax^2$ με $a \neq 0$;

Η συνάρτηση $y = ax^2$ με $a \neq 0$ έχει γραφική παράσταση μια καμπύλη που ονομάζεται παραβολή. Η κορυφή της παραβολής είναι το σημείο $O(0, 0)$ (αρχή των αξόνων) και έχει άξονα συμμετρίας τον άξονα $y'y$. Διακρίνουμε τις εξής δύο περιπτώσεις

- Αν $a > 0$ τότε η παραβολή βρίσκεται από τον άξονα $x'x$ και πάνω και η συνάρτηση παίρνει ελάχιστη τιμή $y = 0$ όταν $x = 0$.
- Αν $a < 0$ τότε η παραβολή βρίσκεται από τον άξονα $x'x$ και κάτω και η συνάρτηση παίρνει μέγιστη τιμή $y = 0$ όταν $x = 0$.

Ο συντελεστής a δεν καθορίζει μόνο τη θέση της παραβολής $y = ax^2$ ως προς τον άξονα $x'x$ αλλά και το άνοιγμά της. Όταν η απόλυτη τιμή του a αυξάνεται, τότε η παραβολή κλείνει.

4.2 Η συνάρτηση $y = ax^2 + bx + \gamma$ με $a \neq 0$

34. Ποιο συνάρτηση ονομάζεται τετραγωνική;

Τετραγωνική ονομάζεται κάθε συνάρτηση της μορφής $y = ax^2 + bx + \gamma$ με $a \neq 0$

35. Τι γνωρίζετε για τη συνάρτηση $y = ax^2 + bx + \gamma$ με $a \neq 0$;

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax^2 + bx + \gamma$ με $a \neq 0$ είναι μια παραβολή με κορυφή το σημείο $K\left(-\frac{\beta}{2\alpha}, -\frac{\Delta}{4\alpha}\right)$, όπου $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$ και άξονα συμμετρίας την κατακόρυφη ευθεία που διέρχεται από την κορυφή K και έχει εξίσωση $x = -\frac{\beta}{2\alpha}$. Διακρίνουμε τις εξής δύο περιπτώσεις

- Αν $a > 0$ η συνάρτηση $y = ax^2 + bx + \gamma$ παίρνει ελάχιστη τιμή $y = -\frac{\Delta}{4\alpha}$ όταν $x = -\frac{\beta}{2\alpha}$.

- Αν $\alpha < 0$ η συνάρτηση $y = ax^2 + bx + \gamma$ παίρνει μέγιστη τιμή $y = -\frac{\Delta}{4\alpha}$ όταν $x = -\frac{\beta}{2\alpha}$.

5^ο Κεφάλαιο – Πιθανότητες

5.1 Σύνολα

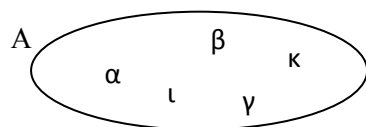
36. Τι ονομάζουμε σύνολο και τι στοιχείο συνόλου;

Μια ομάδα από αντικείμενα που έχουν ένα ή περισσότερα κοινά χαρακτηριστικά ή κοινές ιδιότητες ονομάζεται σύνολο. Κάθε αντικείμενο που περιέχεται σε ένα σύνολο ονομάζεται στοιχείο του συνόλου αυτού.

37. Με ποιους τρόπους συμβολίζουμε τα σύνολα και τα στοιχεία τους;

Τα σύνολα συμβολίζονται με κεφαλαία γράμματα της αλφαβήτου (A, B, Γ, Δ, ...). Αν ένα στοιχείο β ανήκει σε ένα σύνολο A, τότε γράφουμε $\beta \in A$, ενώ αν δεν ανήκει τότε γράφουμε $\beta \notin A$. Τα στοιχεία ενός συνόλου μπορούμε να τα παραστήσουμε με τους εξής τρεις τρόπους:

- Με αναγραφή των στοιχείων του συνόλου,
 $A = \{2, 0, 4\}$ ή $B = \{\epsilon, \varphi, \delta, \sigma, \alpha\}$
- Με περιγραφή των στοιχείων του συνόλου
 $A = \{\text{άρτιοι φυσικοί αριθμοί}\}$ ή $A = \{x \in \mathbb{N}, \text{όπου } x \text{ άρτιος αριθμός}\}$
- Με διάγραμμα Venn



38. Πότε δύο σύνολα είναι ίσα και πότε το ένα είναι υποσύνολο του άλλου; Τι είναι το κενό σύνολο;

Δύο σύνολα είναι ίσα όταν έχουν τα ίδια ακριβώς στοιχεία. Ένα σύνολο A ονομάζεται υποσύνολο ενός συνόλου B, όταν κάθε στοιχείο του A είναι και στοιχείο του B. Κενό σύνολο ονομάζεται το σύνολο που δεν περιέχει κανένα στοιχείο και συμβολίζεται με \emptyset .

39. Να αναφέρετε τις τρεις πράξεις συνόλων, ένωση, τομή και συμπλήρωμα.

Η ένωση δύο συνόλων A και B συμβολίζεται με $A \cup B$ και αποτελείται από όλα τα κοινά και ή κοινά στοιχεία των δύο συνόλων. Ένα στοιχείο θα ανήκει στην ένωση των A και B, αν ανήκει στο σύνολο A ή αν ανήκει στο σύνολο B.

Η τομή δύο συνόλων A και B συμβολίζεται με $A \cap B$ και αποτελείται μόνο από τα κοινά στοιχεία των δύο συνόλων. Ένα στοιχείο θα ανήκει στην τομή των A και B, αν ανήκει και στο σύνολο A και στο σύνολο B.

Το συμπλήρωμα ενός συνόλου A συμβολίζεται με A' και αποτελείται από όλα τα στοιχεία που ανήκουν στο βασικό σύνολο Ω και δεν ανήκουν στο A. Έτσι προκύπτουν οι δύο σχέσεις $A \cup A' = \Omega$ και $A \cap A' = \emptyset$.

5.2 Δειγματικός χώρος - Ενδεχόμενα

40. Τι ονομάζουμε δειγματικό χώρο ενός πειράματος τύχης;

Δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης ονομάζεται το σύνολο των δυνατών αποτελεσμάτων του και συμβολίζεται με Ω .

41. Τι ονομάζεται ενδεχόμενο, τι βέβαιο και τι αδύνατο ενδεχόμενο;

Ενδεχόμενο ενός πειράματος τύχης ονομάζεται κάθε υποσύνολο του δειγματικού χώρου Ω .

Βέβαιο ενδεχόμενο καλείται το ενδεχόμενο που πραγματοποιείται σε οποιαδήποτε εκτέλεση του πειράματος, δηλαδή συμβαίνει πάντα.

Αδύνατο ενδεχόμενο καλείται το ενδεχόμενο που δεν πραγματοποιείται σε καμία εκτέλεση του πειράματος, δηλαδή δεν συμβαίνει ποτέ.

42. Πότε δύο ενδεχόμενα καλούνται ασυμβίβαστα;

Δύο ενδεχόμενα A και B καλούνται ασυμβίβαστα όταν $A \cap B = \emptyset$.

5.3 Έννοια της πιθανότητας

43. Τι ονομάζουμε πιθανότητα ενός ενδεχομένου A ;

Σε ένα πείραμα τύχης, με ισοπίθανα αποτελέσματα, πιθανότητα ενός ενδεχομένου

A ονομάζεται ο αριθμός $P(A) = \frac{\text{πλήθος ευνοϊκών περιπτώσεων}}{\text{πλήθος δυνατών περιπτώσεων}} = \frac{N(A)}{N(\Omega)}$.

44. Να αναφέρετε τις βασικές ιδιότητες – κανόνες των πιθανοτήτων.

Για οποιαδήποτε πιθανότητα ισχύει πάντα $0 \leq P(A) \leq 1$.

Για δύο συμπληρωματικά ενδεχόμενα A και A' ισχύει $P(A) + P(A') = 1$.

Για οποιαδήποτε ενδεχόμενα A, B ισχύει $P(A \cup B) + P(A \cap B) = P(A) + P(B)$.

Γεωμετρία

1^ο Κεφάλαιο – Γεωμετρία

1.1 Ισότητα τριγώνων

- Πως χωρίζονται τα τρίγωνα με βάση τις γωνίες και πως με βάση τις πλευρές τους;*
 Τα τρίγωνα χωρίζονται με βάση τις γωνίες τους σε οξυγώνια (όλες οι γωνίες τους είναι οξείες), σε αμβλυγώνια (μία γωνιά αμβλεία) και σε ορθογώνια (μία γωνία ορθή).
 Τα τρίγωνα χωρίζονται με βάση τις πλευρές τους σε σκαληνά (όλες οι πλευρές τους άνισες), σε ισοσκελή (δύο πλευρές τους ίσες) και σε ισόπλευρα (όλες οι πλευρές τους ίσες).
- Τι ονομάζεται διάμεσος, ύψος, διχοτόμος τριγώνου;*
 Διάμεσος ενός τριγώνου ονομάζεται το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει μια κορυφή του τριγώνου με το μέσο της απέναντι πλευράς.
 Διχοτόμος ενός τριγώνου ονομάζεται το ευθύγραμμο τμήμα που φέρουμε από μια κορυφή, χωρίζει τη γωνία σε δύο ίσες γωνίες και καταλήγει στην απέναντι πλευρά.
 Ύψος ενός τριγώνου ονομάζεται το ευθύγραμμο τμήμα που φέρουμε από μια κορυφή και είναι κάθετο στην ευθεία της απέναντι πλευράς.
- Να αναφέρετε τα κριτήρια ισότητας τριγώνων.*
 1^ο κριτήριο (Π – Γ – Π)
 Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία και την περιεχόμενη γωνία τους ίση, τότε είναι ίσα.
 2^ο κριτήριο (Γ – Π – Γ)
 Αν δύο τρίγωνα έχουν μία πλευρά ίση και τις προσκείμενες στην πλευρά αυτή γωνίες ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.
 3^ο κριτήριο (Π – Π – Π)
 Αν δύο τρίγωνα έχουν τις πλευρές τους ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.
- Να αναφέρετε τα κριτήρια ισότητας ορθογωνίων τριγώνων.*
 Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα έχουν δύο πλευρές του ίσες μια προς μία, τότε είναι ίσα.
 Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα έχουν μία αντίστοιχη πλευρά ίση και μία αντίστοιχη οξεία γωνία ίση, τότε είναι ίσα.
- Να αναφέρετε τις ιδιότητες του ισοσκελούς τριγώνου.*
 Σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο
 - Οι γωνίες της βάσης είναι ίσες.
 - Η διχοτόμος, το ύψος και η διάμεσος που φέρουμε από την κορυφή προς τη βάση συμπίπτουν.

6. Ποια είναι η χαρακτηριστική ιδιότητα της μεσοκαθέτου ευθυγράμμου τμήματος;
Κάθε σημείο της μεσοκαθέτου ενός ευθυγράμμου τμήματος ισαπέχει από τα άκρα του. Αντίστροφα κάθε σημείο που ισαπέχει από τα άκρα ενός ευθυγράμμου τμήματος είναι σημείο της μεσοκαθέτου του ευθυγράμμου τμήματος.
7. Ποια είναι η χαρακτηριστική ιδιότητα της διχοτόμου μιας γωνίας;
Κάθε σημείο της διχοτόμου μιας γωνίας ισαπέχει από τις πλευρές της γωνίας. Αντίστροφα κάθε σημείο που ισαπέχει από τις πλευρές μιας γωνίας είναι σημείο της διχοτόμου της.

1.2 Λόγος ευθυγράμμων τμημάτων

8. Πως ορίζεται ο λόγος δύο ευθυγράμμων τμημάτων $\Gamma\Delta$ και AB και με τι ισούται;
Ο λόγος ενός ευθυγράμμου τμήματος $\Gamma\Delta$ προς το ευθύγραμμο τμήμα AB συμβολίζεται με $\frac{\Gamma\Delta}{AB}$ και είναι ο αριθμός λ , για τον οποίο ισχύει $\lambda = \frac{\Gamma\Delta}{AB}$ ή $\Gamma\Delta = \lambda \cdot AB$. Ο λόγος δύο ευθυγράμμων τμημάτων είναι ίσος με το λόγο των μηκών τους, εφόσον έχουν μετρηθεί με την ίδια μονάδα μέτρησης.

9. Να αναφέρετε τις σημαντικότερες ιδιότητες των αναλογιών.

- Αν $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$ τότε $\alpha\delta = \beta\gamma$
- Αν $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$ τότε $\frac{\alpha}{\gamma} = \frac{\beta}{\delta}$ ή $\frac{\delta}{\beta} = \frac{\gamma}{\alpha}$
- Αν $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$ τότε $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha + \gamma}{\beta + \delta}$

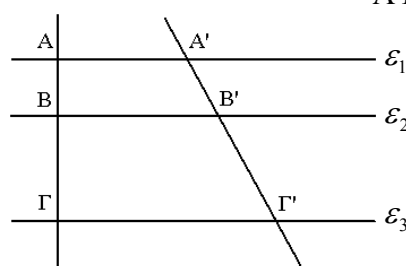
10. Πρέπει να γνωρίζετε τα παρακάτω:

- Αν παράλληλες ευθείες ορίζουν ίσα τμήματα σε μία ευθεία, τότε θα ορίσουν ίσα τμήματα και σε οποιαδήποτε άλλη ευθεία που τις τέμνει.
- Αν από το μέσο μιας πλευρά ενός τριγώνου φέρουμε ευθεία παράλληλη προς μία άλλη πλευρά του, τότε αυτή διέρχεται από το μέσο της τρίτης πλευράς του.
- Το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει τα μέσα δύο πλευρών τριγώνου είναι παράλληλο προς την τρίτη πλευρά και ίσο με το μισό της.
- Η διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα ορθογωνίου τριγώνου είναι ίση με το μισό της υποτείνουσας

1.3 Θεώρημα του Θαλή

11. Να αναφέρετε το θεώρημα του Θαλή.

Αν τρεις ή περισσότερες παράλληλες ευθείες τέμνουν δύο άλλες ευθείες, τότε τα τμήματα που ορίζονται στην μία είναι ανάλογα προς τα αντίστοιχα τμήματα που ορίζονται στην άλλη. Δηλαδή αν $\varepsilon_1 // \varepsilon_2 // \varepsilon_3$ τότε $\frac{AB}{A'B'} = \frac{B\Gamma}{B'\Gamma'} = \frac{A\Gamma}{A'\Gamma'}$.



1.5 Ομοιότητα

12. Πότε δύο πολύγωνα είναι όμοια;

Αν δύο πολύγωνα έχουν τις πλευρές τους ανάλογες και τις αντίστοιχες γωνίες του ίσες, τότε είναι όμοια.

13. Τι ονομάζουμε λόγο ομοιότητας δύο πολυγώνων και με τι ισούται;

Δύο οποιεσδήποτε αντίστοιχες πλευρές όμοιων πολυγώνων έχουν τον ίδιο λόγο, γι' αυτό και ονομάζονται ομόλογες, και ο λόγος τους λέγεται λόγος ομοιότητας. Ο λόγος ομοιότητας δύο όμοιων πολυγώνων είναι ίσος και με το λόγο των περιμέτρων τους.

14. Πότε δύο τρίγωνα είναι όμοια;

Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο γωνίες ίσες μία προς μία, τότε είναι όμοια.

1.6 Λόγος εμβαδόν όμοιων σχημάτων

15. Τι γνωρίζετε για το λόγο των εμβαδόν δύο όμοιων σχημάτων;

Ο λόγος των εμβαδόν δύο όμοιων σχημάτων είναι ίσος με το τετράγωνο του λόγου ομοιότητάς τους.

Η παράγραφος 1.4 δεν ενδείκνυται για ερωτήσεις θεωρίας.

2^ο Κεφάλαιο – Τριγωνομετρία**2.1 Τριγωνομετρικοί αριθμοί γωνίας ω με $0^\circ \leq \nu \leq 180^\circ$**

16. Πως ορίζονται οι τριγωνομετρικοί αριθμοί μιας οποιασδήποτε γωνίας;

$$\eta\mu\omega = \frac{\text{τεταγμένη του } M}{\text{απόσταση του } M \text{ από το } O} = \frac{y}{\rho}$$

$$\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{\text{τετμημένη του } M}{\text{απόσταση του } M \text{ από το } O} = \frac{x}{\rho} \text{ όπου } \rho = \sqrt{x^2 + y^2} \text{ και σημείο } M(x, y)$$

$$\epsilon\phi\omega = \frac{\text{τεταγμένη του } M}{\text{τετμημένη του } M} = \frac{y}{x}$$

17. Να γνωρίζετε τον πίνακα των τριγωνομετρικών αριθμών.

ω	0°	30°	45°	60°	90°	180°
$\eta\mu\omega$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
$\sigma\upsilon\nu\omega$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\epsilon\phi\omega$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	0

